

## Documento Metodológico:

# MARCO TEÓRICO

*(En revisión - versión diciembre 2018)*

**Documento en proceso de revisión.**

*Para cualquier comentario, sugerencia o corrección, se agradece reportar a André Hofman ([andre.hofman@usach.cl](mailto:andre.hofman@usach.cl))*

## Índice

---

I. Introducción .....	3
II. Marco teórico.....	5
III. Cuenta de producción.....	9
IV. Cuenta laboral.....	11
V. Cuenta de capital .....	14
Bibliografía .....	19

# I. Introducción

---

Si bien el sistema de cuentas nacionales de 2008 (SCN 2008), publicado por las Naciones Unidas en 2009 incluye medidas del producto real y de los insumos, este indica que tanto la productividad laboral (volumen de producción por hora trabajada) como la productividad del capital (volumen del producto por un índice de servicios de capital suministrados) son mediciones un tanto simples porque las variaciones de estas pueden reflejar una serie de otros factores distintos que no tienen nada que ver con el número de horas trabajadas (el aumento en la cantidad de capital que afecta esta proporción o variaciones en la composición del trabajo) o capital empleado (no capta los efectos del cantidad de trabajo empleada, ni la eficiencia y composición de los insumos de capital), respectivamente. Junto a lo anterior, el SCN 2008 añade que una medición que toma en cuenta los aportes tanto de trabajo como de capital al crecimiento de la producción es la productividad total de factores (PTF). La ventaja de utilizar la PTF como medida de productividad radica en que esta incluye los efectos no incluidos en los insumos de mano de obra y capital.

El SCN 1993 proporcionó medidas de precio y cantidad para el cálculo de los servicios laborales<sup>1</sup>, en ellos se hace distinción que cada hora efectivamente trabajada por una persona muy calificada y/o especializada produce una diferente cantidad y calidad de producción que un trabajador no calificado y/o especializado. Los cambios en la composición de los trabajadores, que pueden estar relacionados con variables como el nivel de educación, experiencia (generalmente basadas en la edad del trabajador), sexo, industria del trabajo y otros, se ponderan usando el salario medio por hora de un trabajador incluido en cada categoría. El supuesto de este método es que a los trabajadores se les contrata solamente hasta que su precio marginal (es decir, sus sueldos, incluidos los gastos indirectos) sea inferior al ingreso marginal que se espera obtener de su producción.

En lo relativo al capital, la incorporación del precio y cantidad de servicios de capital<sup>2</sup> en el SCN 2008 fue aprobada por la Comisión de Estadísticas de las Naciones Unidas en su reunión de febrero-marzo de 2007 y el SCN 2008 se publicó en 2009. Su objetivo es demostrar cómo se puede establecer un vínculo entre el valor de los activos utilizados en la producción y el excedente bruto de explotación generado. En América Latina, solo el Instituto Nacional de Estadística y Geografía de México (INEGI) ha incorporado las ideas de la teoría de medición de los stocks de los activos utilizados en la producción.

---

<sup>1</sup> Para detalles de su cálculo ver Hofman, Mas, Aravena and Fernández de Guevara (2017)

<sup>2</sup> Para detalles de su cálculo ver OECD (1991, 2001<sup>a</sup> y 2001b) y Aravena, C., Jofré, J., and Villarreal, F. (2009)

En el capítulo 20 del SCN 2008, las estimaciones de los servicios de capital se describen como sigue: “El aporte de los insumos de mano de obra a la producción se reconoce en la remuneración de los asalariados. Al asociar las estimaciones de los servicios de capital con la desagregación estándar del valor agregado, es posible mostrar las contribuciones del trabajo y del capital a la producción, de tal forma que puede emplearse enseguida en el análisis de la productividad de manera totalmente consistente con las cuentas del sistema de cuentas nacionales”.

Sobre la base de las anteriores recomendaciones, desarrollamos un marco teórico que permite su implementación en la contabilización del crecimiento económico.

El resto de este documento está organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se revisa la metodología de contabilidad de crecimiento empleada para la construcción de variables, tras lo cual se describe la cuenta de la producción, del capital y el empleo.

## II. Marco teórico

---

La metodología empleada para la medición de las fuentes del crecimiento de la producción debe considerar la heterogeneidad existente en cada uno de los insumos empleados en la elaboración de los bienes y servicios, metodología que no ha sido abordada para el cálculo de la productividad en las economías de América Latina.

Deben estudiarse las dos fuentes tradicionales del crecimiento económico, capital y trabajo, con énfasis en la importancia tanto de la cantidad del factor utilizado como de su composición en términos de calidad, entendiendo por calidad la productividad que incorporan los distintos activos (Mas y Robledo, 2010). En el caso del capital, se debiesen considerar distintos tipos de activos. Para el factor trabajo se han de considerar dieciocho características diferentes, estas surgen de multiplicar los tres niveles de estudios considerados, por sexo y tres estratos de edad. Además del capital y el trabajo, se incorpora la contribución de los insumos intermedios que se utilizan en la producción, considerando la energía, materiales y servicios. Para medir su contribución al crecimiento económico, la metodología utilizada es la conocida como contabilidad del crecimiento. Su origen se encuentra en la obra de Solow (1956 y 1957), Denison (1967), Jorgenson y Griliches (1967) y luego en Jorgenson, Gollop y Fraumeini (1987) y Jorgenson, Ho y Stiroh (2005).

Basados en el planteamiento efectuado por Elias (1992), procedimiento sugerido por Jorgenson and Griliches (1967), se desarrolla la contabilización de las fuentes del crecimiento.  $Y$  representa los bienes producidos;  $l$  los tipos de insumos intermedios ( $X_1, X_2, \dots, X_l$ );  $m$  las distintas características de los trabajadores ( $L_1, L_2, \dots, L_m$ ); y  $n$  los tipos de inputs de capital ( $K_1, K_2, \dots, K_n$ ). El valor del producto total de un periodo dado es igual a la suma de los pagos para todos los insumos usados durante el mismo periodo. Esto es expresado por la siguiente relación, que explicita expresamente estas dos formas de definición del valor bruto de la producción (VBP) de una economía dada:

$$p_Y Y = \sum_{h=1}^l x_h X_h + \sum_{i=1}^m w_i L_i + \sum_{j=1}^n r_j K_j \quad (1)$$

Donde  $p$  es el precio de los bienes producidos, y  $x$ ,  $w$  y  $r$  son los precios de servicios de cada tipo de insumo intermedio, trabajo y capital, respectivamente. Esta relación es definida para un periodo dado  $t$ , que en este caso es un año.

La ecuación 1 es la ecuación básica para identificar el papel que juega cada variable en el crecimiento del VBP. En este caso, se trabajará con dos contabilizaciones simultáneas: una explicando cambios en el VBP por los cambios que ocurren en los bienes producidos. La otra, de la derecha de la igualdad de la ecuación, explica las fuentes de estos cambios. Por lo tanto, el nivel de producción es explicado por el insumo usado en el proceso de producción. Derivando la ecuación 1 respecto al tiempo, se obtiene la siguiente expresión:

$$p_Y \dot{Y} + Y \dot{p}_Y = \sum_{h=1}^l x_h \dot{X}_h + \sum_{i=1}^m w_i \dot{L}_i + \sum_{j=1}^n r_j \dot{K}_j + \sum_{i=1}^m L_i \dot{w}_i + \sum_{j=1}^n K_j \dot{r}_j + \sum_{h=1}^l X_h \dot{x}_h \quad (2)$$

Reescribiendo los términos de la ecuación 2, dejando todas las derivadas de cantidades de producto e insumos para un periodo en el lado izquierdo de la ecuación, y las derivadas de precios de producto e insumos para el mismo periodo a la derecha de la ecuación, se obtiene:

$$p_Y \dot{Y} - \sum_{h=1}^l x_h \dot{X}_h - \sum_{i=1}^m w_i \dot{L}_i - \sum_{j=1}^n r_j \dot{K}_j = \sum_{i=1}^m L_i \dot{w}_i + \sum_{j=1}^n K_j \dot{r}_j + \sum_{h=1}^l X_h \dot{x}_h - Y \dot{p}_Y \quad (3)$$

La expresión 3 presenta la dualidad entre precios y cantidades, término usado en teoría de la producción y función de costos. Esta expresión plantea que la diferencia entre los cambios en valores de producto e insumos para precios dados de producto e insumos es igual a la diferencia entre cambios de precios de producto e insumos para insumos y productos dados.

Bajo condiciones de minimización de costos, ambos lados serán iguales a cero. Por lo tanto, podríamos seguir cualquier lado de la ecuación o ambos si estuviéramos interesados en verificar los resultados e interpretarlos de diferentes maneras.

El lado izquierdo indica que los cambios en la producción se deben a cambios en los insumos, y el lado derecho indica que el precio de los insumos corresponde al precio de los productos.

Ambos lados de esta ecuación pueden ser útiles, dependiendo del tipo de información disponible. La relación con respecto a los precios es útil para el análisis de la distribución del ingreso, que de esta manera se integra en la contabilidad del crecimiento económico.

Si consideraremos sólo el lado de las cantidades de la ecuación 3, bajo condiciones de minimización de costos, tenemos:

$$p_Y \dot{Y} = \sum_{h=1}^l x_h \dot{X}_h + \sum_{i=1}^m w_i \dot{L}_i + \sum_{j=1}^n r_j \dot{K}_j \quad (4)$$

Expresando la relación en términos de tasas de variación, dividiendo y multiplicando cada derivada por la correspondiente variable:

$$p_Y Y (\dot{Y}/Y) = \sum_{h=1}^l x_h X_h (\dot{X}_h/X_h) + \sum_{i=1}^m w_i L_i (\dot{L}_i/L_i) + \sum_{j=1}^n r_j K_j (\dot{K}_j/K_j) \quad (5)$$

Luego, si se dividen ambos lados de (5) por  $p_Y Y$ , que es expresado para cada lado de la expresión 1, y se definen

$$\beta_h = (x_h X_h / \text{VBP})$$

$$\beta_i = (w_i L_i / \text{VBP})$$

$$\beta_j = (r_j K_j / \text{VBP})$$

$$\beta_X = \sum_h \beta_h$$

$$\beta_L = \sum_i \beta_i$$

$$\beta_K = \sum_j \beta_j$$

Se obtiene,

$$\dot{Y}/Y = \sum_{h=1}^l \beta_h (\dot{X}_h/X_h) + \sum_{i=1}^m \beta_i (\dot{L}_i/L_i) + \sum_{j=1}^n \beta_j (\dot{K}_j/K_j) \quad (6)$$

La ecuación 6 expresa que las tasas de cambio de los bienes producidos son igual al promedio ponderado de las tasas de cambio de todos los tipos de insumos intermedios, trabajo y capital. El promedio ponderado representa la proporción de estos factores en el VBP. Todos los componentes de la expresión 6, las tasas de variación y los ponderados, se refieren al periodo de tiempo  $t$ , que no está incluido como un subíndice con el objeto de simplificar la notación. Defínase el concepto bruto de cada insumo, como la simple suma de todos los tipos de trabajo y capital:

$$X = \sum_h X_h$$

$$L = \sum_i L_i$$

$$K = \sum_j K_j ;$$

así como el promedio ponderado del precio unitario de los insumos intermedios, trabajo y capital:

$$x = \sum_h x_h X_h / X$$

$$w = \sum_i w_i L_i / L$$

$$r = \sum_j r_j K_j / K$$

Si sumamos y restamos del lado derecho de la ecuación (6) los términos  $\sum_{h=1}^l \beta_h (\dot{X} / X)$ ,  $\sum_{i=1}^m \beta_i (\dot{L} / L)$  y  $\sum_{j=1}^n \beta_j (\dot{K} / K)$  y haciendo algunos reordenamiento de términos, se encuentra:

$$\begin{aligned}
\dot{Y}/Y &= \sum_{h=1}^l \beta_h (\dot{X}_h/X_h - \dot{X}/X) + \sum_{i=1}^m \beta_i (\dot{L}_i/L_i - \dot{L}/L) + \sum_{j=1}^n \beta_j (\dot{K}_j/K_j - \dot{K}/K) + \\
&\quad \beta_X (\dot{X}/X) + \beta_L (\dot{L}/L) + \beta_K (\dot{K}/K) \quad (7) \\
&= \beta_X (\dot{X}/X) + \beta_X \sum_{h=1}^l \dot{x}_h/x (\dot{X}/X) + \beta_L (\dot{L}/L) + \beta_L \sum_{i=1}^m \dot{w}_i/w (\dot{L}_i/L) + \beta_K (\dot{K}/K) + \\
&\quad \beta_K \sum_{j=1}^n \dot{r}_j/r (\dot{K}_j/K)
\end{aligned}$$

En la ecuación 7, se observa que la suma ponderada de las tasas de variación de los insumos intermedios, trabajo y capital ha sido descompuesta en dos términos para cada tipo de insumos. El primero es la tasa de crecimiento del componente bruto de insumos intermedios, trabajo y capital (X, L y K), ponderada por la proporción del ingreso total de cada tipo de insumo. El segundo componente para cada tipo de insumo es la tasa de cambio de la calidad de los insumos intermedios, trabajo y capital.

Esta aproximación considera cambios en tecnología como cambios en la calidad de los insumos. El mejor camino para capturar estos cambios es a través de una definición de índices de precios de insumo que incorpore en su contabilización los cambios en calidad.

$$\begin{aligned}
\dot{Y}/Y - \beta_X (\dot{X}/X) - \beta_X \sum_{h=1}^l \dot{x}_h/x (\dot{X}/X) &= +\beta_L (\dot{L}/L) + \beta_L \sum_{i=1}^m \dot{w}_i/w (\dot{L}_i/L) + \\
&\quad \beta_K (\dot{K}/K) + \beta_K \sum_{j=1}^n \dot{r}_j/r (\dot{K}_j/K) \\
\dot{V}A/VA &= \beta_L (\dot{L}/L) + \beta_L \sum_{i=1}^m \dot{w}_i/w (\dot{L}_i/L) + \beta_K (\dot{K}/K) + \beta_K \sum_{j=1}^n \dot{r}_j/r (\dot{K}_j/K) \quad (8)
\end{aligned}$$

Bajo el supuesto estándar de un comportamiento de maximización de utilidades, mercados competitivos, de modo que los factores reciben su producto marginal y rendimientos constantes a escala, podemos definir el crecimiento de la productividad total de factores PTF como el crecimiento de la producción menos el crecimiento ponderado de los insumos.

$$PTF = \frac{\dot{V}A}{VA} - \beta_L (\dot{L}/L) - \beta_L \sum_{i=1}^m \dot{w}_i/w (\dot{L}_i/L) - \beta_K (\dot{K}/K) - \beta_K \sum_{j=1}^n \frac{\dot{r}_j}{r (\dot{K}_j/K)} \quad (9)$$

El supuesto de rendimientos constantes a escala implica  $\beta_L + \beta_K = 1$  y permite que las proporciones de los insumos observadas se utilicen en la estimación del crecimiento de PTF en la ecuación (9). Este supuesto es común en la literatura de contabilidad de crecimiento (ver, por ejemplo, Schreyer 2001). Alternativamente, uno puede realizar una contabilidad de crecimiento sin la imposición de rendimientos constantes a escala y uso de costos compartidos, en lugar de ingresos compartidos para ponderar las tasas de crecimiento de insumos (Basu, Fernald y Shapiro 2001).

### III. Cuenta de producción

---

Con el fin de proporcionar un conjunto coherente de estimaciones de productividad a nivel industrial que cubran la economía agregada, se necesita un conjunto coherente de cuentas de transacciones entre industrias. Esta metodología fue introducida por Jorgenson, Gollop y Fraumeni (1987). Definimos la cantidad de producción en la industria j como un agregado de m producciones distintas (utilizando un índice Tornqvist):

$$\Delta \ln Y_{jt} = \sum_{i=1}^m \bar{v}_{ijt}^Y \Delta \ln Y_{ijt} \quad (9)$$

$\bar{v}_{ijt}^Y$  con una barra que denota promedios del período y v es la participación promedio de dos períodos del producto i en el valor nominal de la producción. La participación del valor de cada producto se define de la siguiente manera:

$$v_{ijt}^Y = p_{ijt}^Y Y_{ijt} / (\sum_i p_{ijt}^Y Y_{ijt}) \quad (10)$$

con  $p_{ijt}^Y$  el precio básico recibido por la industria j por vender productos básicos i. Para la tasa de variación de volumen de la producción agregada de una industria, los pesos de los productos básicos deben verse desde la perspectiva del productor, es decir, reflejar los productos de ingresos marginales. Esto significa precios básicos, que incluyen los subsidios a los productos recibidos por el productor.

El índice de cantidad de consumo intermedio para la industria j se define análogamente por

$$\Delta \ln X_{jt} = \sum_{i=1}^m \bar{v}_{ijt}^X \Delta \ln X_{ijt} \quad (11)$$

$$\text{Donde } v_{ijt}^X = p_{ijt}^X X_{ijt} / (\sum_i p_{ijt}^X X_{ijt}) \quad (12)$$

Con  $p_{ijt}^X$  el precio pagado por la industria j por usar el producto i

Ha habido cierta confusión en la literatura sobre el concepto de precio que se utilizará para los consumos intermedios. En general, se reconoce que los pesos de entrada intermedios se deben ver desde el punto de vista del usuario, es decir, reflejan el costo marginal pagado por el usuario. La mayoría de los estudios sostienen que se deben usar los precios de los compradores. Estos precios incluyen los impuestos sobre los productos pagados por el usuario (incluido el IVA no deducible), excluyen los subsidios a los

productos básicos y, lo que es más importante, también incluyen los márgenes de comercio y transporte (véase, por ejemplo, OCDE 2001). Sin embargo, si se deben incluir los márgenes de comercio y transporte depende crucialmente del conjunto de productos que se incluyen en el análisis. Cuando el comercio y el transporte se incluyen como productos separados, los márgenes de otros productos deben asignarse a ellos. En efecto, se distingue entre el producto intermedio entregado por la industria productora, valorado a precios de comprador menos los márgenes, y los servicios de comercio y transporte, valorados en los márgenes.

Este es el enfoque adoptado en Jorgenson, Gollop y Fraumeni (1987) y Jorgenson, Ho y Stiroh (2005) y es preferible. Sin embargo, en la práctica no hemos podido recopilar los datos necesarios para este desglose (ver más abajo) y utilizamos los precios de comprador para valorar los consumos intermedios en todos los casos.

Los consumos intermedios se dividen en varios grupos, como energía (E), materiales (M) y servicios (S). Este desglose de consumos intermedios se puede utilizar para ampliar los ejercicios de contabilidad de crecimiento, pero también para transmitir información interesante sobre los patrones cambiantes en el consumo intermedio (ver, por ejemplo, Jorgenson, Ho y Stiroh 2005, capítulo 4).

## IV. Cuenta laboral

---

De la mano con el factor capital, el trabajo es un determinante central en la función de producción. Jorgenson, Gollop y Fraumeni (1987), considera la mano de obra, pero diferenciando por hora y calidad de trabajo, los modelos iniciales de crecimiento económico midieron el factor trabajo sólo a través de las horas efectivamente trabajadas, las cuales entregan una medida del crecimiento del empleo de acuerdo al tiempo que se dedica a la producción de bienes y servicios, pero sin diferenciar la calidad de la hora trabajada, por lo que se supone constante. Pero de ante mano se sabe que una hora trabajada está influenciada por factores como la edad del individuo, la calificación del individuo, la industria económica en que trabaja, entre otros, por lo que lograr incorporar estos factores al momento de medir la contribución del empleo en el crecimiento económico genera mejoras sustanciales permitiendo una medida más heterogénea desde el punto de vista económico, ya que podría ser una estimación que distingue la sustitución versus otra medida que no lo hace.

Al desagregar las horas según las características individuales de los ocupados y las industrias de la actividad económica donde se desempeñan, podemos alcanzar un mayor conocimiento desde el punto de vista económico de los determinantes del crecimiento, en relación al empleo. Una mejor estimación acerca de la “calidad” del factor trabajo permitiría distinguir entre una medida que refleja la sustitución y calidad de la mano de obra versus otra medida más simple que no logra incorporar la heterogeneidad de los trabajadores y su capital humano.

Para esta estimación seguimos el modelo multifactorial de producción impulsado por Jorgenson and Fraumeni (1992), además de las recomendaciones EUKLEMS en Timmer, van Moergastel, Stuivenwold & Ypma (2007), el cual tiene como eje la sustitución entre capital y trabajo, pero esta medida puede dividirse entre el incremento de las horas trabajadas y la mejora de estas horas trabajadas. De esta manera, el modelo permite diferenciar los cambios en la calidad de la mano de obra, incorporando insumos como remuneración por hora trabajada, y características más específicas de la población ocupada logrando reconocer la heterogeneidad del mercado laboral.

El método de Jorgenson, Gollop y Fraumeni (1987) es replicado en orden a construir con una función translog un índice de volumen de la calidad del empleo. Esto además asume que el flujo de los servicios laborales para cada tipo de trabajo es proporcional a las horas trabajadas, y los trabajadores son pagandos

a sus productividades marginales. Por lo tanto, el correspondiente índice de servicios laborales  $L$  es un índice de cantidad translog de tipos individuales  $i$  y dado por:

$$\Delta \ln L_t = \sum_i \bar{v}_{it} \Delta \ln H_{it} \quad (13)$$

donde  $L$  representa los servicios laborales,  $H$ , horas trabajadas y  $v$ , el ponderador. La sobrelínea significa promedio. El ponderador  $v$ , se define como el peso ponderado sobre la proporción de la remuneración de cada característica en la composición total es calculado con un índice Tornqvist, donde  $w_{it}H_{it}$  es la remuneración relativa a la característica considerada:

$$v_{it} = \frac{w_{it}H_{it}}{\sum_i w_{it}H_{it}} \quad (14)$$

$$\bar{v}_{it} = 0,5(v_{it} + v_{it-1}) \quad (15)$$

El uso de la función translog permite la interacción de diferentes características. Para cada característica de la fuerza de trabajo, la tasa de crecimiento de las horas trabajadas son ponderadas por la proporción de la remuneración de la categoría considerada sobre la remuneración total del factor trabajo. De esta forma se obtiene un índice parcial de primer orden. Por ejemplo, el índice de primer orden calculado sobre género es la tasa de crecimiento de las horas trabajadas por mujer y hombre ponderadas por la respectiva remuneración.

Las diferentes características son a continuación combinadas con cada otra para obtener índices de segundo orden, por ejemplo género y edad: la tasa de crecimiento de las horas trabajadas por hombre y mujer que son menores de 30 años, entre 30 y 49 y mayores de 49, ponderados por su tasa relativa de remuneración. Índice de tercer orden que combina, género, edad y nivel de educación e índice de cuarto orden que es la interacción de género, edad, nivel de educación e industria económica. El último orden constituirá el servicio laboral como la tasa de crecimiento ponderada de cada característica sumada para obtener el servicio laboral final.

De la misma forma, los servicios laborales  $L_t$  son definidos como el número total de horas homogéneas trabajadas en un periodo dado. Esto es igual al número total de trabajadores multiplicado por el promedio anual de horas trabajadas por trabajador  $H_t$ , y multiplicado por un índice de calidad ( $LC_t$ ) que toma en cuenta las diferencias en productividad entre trabajadores. Esta definición, en conjunto con la ecuación (13) nos permite cuantificar  $LC_t$ , ecuación (17)

$$L_t = H_t LC_t \quad (16)$$

$$\Delta \ln LC_t = \sum \bar{v}_t \Delta \ln H_{it} - \Delta \ln H_t \quad (17)$$

$LC_t$  es la variable que permite transformar las horas trabajadas en flujos de servicios laborales. Esto da una medida de la contribución de la sustitución entre los componentes del insumo laboral relativo al volumen de horas trabajadas. Si las características de horas trabajadas crecen al mismo ritmo, el índice de calidad laboral no mostrará cambios. El índice de calidad se incrementa cuando las características que generan la mayor parte de los servicios laboral (trabajadores cuyo producto marginal es alto) crecen más rápido que otras características. Por el contrario, este decrece cuando las horas trabajadas menos eficientes crecen más rápido que las otras. Las contribuciones al crecimiento del índice de calidad permiten cambios en la composición de las horas trabajadas por cada característica a ser capturada.

## V. Cuenta de capital

---

Dado que uno de los factores de gran relevancia y considerado uno de los determinantes del crecimiento es el capital, medir su aporte en el crecimiento económico es una motivación para muchos investigadores.

El pago del factor capital está dado por el valor de arriendo de un bien de capital, por ejemplo, el valor de una máquina industrial, la cual provee un flujo por el arriendo del bien, y el cual es considerado arriendo de servicios de capital. La estimación de los flujos de servicios de capital parte de la medición del stock de capital disponible en el tiempo. Una vez que el stock es estimado, es posible calcular el respectivo costo de uso, el cual a su vez es utilizado para agregar distintos tipos de activos en un índice de servicios de capital.

### 1. Metodología de servicios de capital

Para obtener el flujo de servicios de capital, se supone que los servicios son proporcionales al stock de capital productivo disponible para cada tipo de bien:

$$\lambda_{j,t} K_{j,t}^P \quad (18)$$

El factor de proporcionalidad  $\lambda_{j,t}$  recoge el efecto de variaciones en la utilización de la capacidad instalada a lo largo del ciclo económico. Sin embargo, la utilización de la capacidad es particularmente difícil de medir, por lo que en general se supone que el factor de proporcionalidad es igual a uno para todos los activos en todos los momentos del tiempo, i.e.  $\lambda_{j,t} = 1 \quad \forall j, \forall t$ .

Una vez estimados los flujos de servicios de capital para cada tipo de activo, es necesario determinar la agregación de activos. Sabemos que el supuesto de competencia perfecta en el mercado de factores implica que una compañía maximizadora de beneficios utilizará bienes de capital hasta el punto que el pago por el bien sea igual al beneficio marginal del bien de capital. Por ello, la agregación de los servicios de capital de distintos tipos de activos se lleva a cabo utilizando como ponderador el costo de uso de capital.

Tal como se mencionó anteriormente, para el cálculo de los servicios de capital se requiere como insumo principal el stock de capital, el cual permite la estimación del costo de uso de los bienes y una agregación según tipo de activos. Por lo que a continuación revisaremos la metodología de estimación.

El stock de capital neto de los diferentes tipos de activos productivos disponibles en la economía, se estima a partir de la siguiente formula:

$$K_{t,j}^P = \sum_{\tau=0}^{T_j} I_{j,t-\tau} R_{j,\tau} E_{j,\tau} \quad (19)$$

donde  $I_{j,t-\tau}$  es la inversión de edad  $\tau$  expresada a precios constantes;  $R_{j,\tau}$  es la función de retiro, la que determina la proporción de la inversión realizada en  $\tau$  periodos que sobrevive actualmente; y,  $E_{j,\tau}$  representa el perfil edad-eficiencia, que caracteriza la pérdida de eficiencia productiva de los activos según envejecen.

Para aplicar la ecuación (19), además es necesario definir la duración de la vida media de servicio de cada tipo de bien<sup>3</sup>, así como las funciones de retiro y eficiencia utilizadas.

Existen varias formas funcionales que pueden ser utilizadas para modelar tanto el retiro, como la pérdida de eficiencia. Por ejemplo, mientras que la oficina de estadísticas del trabajo de los Estados Unidos y la OCDE entre otros, utilizan una combinación de funciones en forma de campana para modelar el retiro de los activos, y una función hiperbólica para modelar la pérdida de eficiencia; el proyecto EU—KLEMS y la oficina de análisis económico de los Estados Unidos utilizan una función geométrica para modelar conjuntamente ambos efectos.

Aunque el perfil geométrico se aproxima a cero asintóticamente, lo cual implica una vida infinita para los activos; estudios en mercados de segunda mano en los Estados Unidos, indican que este perfil refleja adecuadamente el efecto combinado de la pérdida de eficiencia y el retiro de activos a nivel agregado (BEA (2003), Fraumeni (1997), Hulten y Wykoff (1981a, 1981b, 1981c)). Adicionalmente, según Aravena et al. (2009) la estimación de servicios de capital es mucho mas sensible a la elección de las vidas medias de los activos que a las formas funcionales utilizadas para modelar el retiro y pérdida de eficiencia de los activos.

---

<sup>3</sup> La vida media se refiere a la esperanza de vida de un activo, mientras que la vida máxima se refiere a la edad en la que se retira el activo más longevo de la cohorte.

Tomando en cuenta lo anterior, en este documento se utiliza una función geométrica para modelar conjuntamente el retiro de activos y la pérdida de eficiencia de los mismos. La forma funcional utilizada es:

$$R_{j,\tau} E_{j,\tau} = \left(1 - \frac{R_j}{\bar{T}_j}\right)^\tau \quad (20)$$

donde  $R_j$  es el parámetro que define la velocidad de pérdida de eficiencia<sup>4</sup> y  $\bar{T}_j$  es la vida promedio de servicio del activo.

En equilibrio, el precio de mercado de cualquier activo es equivalente al valor presente esperado de los flujos generados por el mismo. En el caso de los bienes de capital los flujos son equivalentes a lo que su dueño recibiría por rentar el activo durante cierto periodo. Por ello el valor de mercado de un activo con vida máxima  $T_j$ , de edad  $\tau$  en el momento  $t$  está dado por:

$$p_{j,t,\tau} = \sum_{s=0}^{T_j} \left[ \frac{\mu_{j,t+s,\tau+s}}{\prod_{k=0}^s (1+i_{t+k})} \right] \quad (21)$$

donde  $i_t$  es la tasa nominal de retorno, la cual se supone es igual para todos los tipos de activos; y  $\mu_{j,t,\tau}$  es el monto recibido por rentar el activo de edad  $\tau$  durante el periodo  $t$ , o costo de uso, el cual bajo los supuestos realizados es igual al producto marginal del activo. Restando  $p_{j,t+1,\tau+1}/(1+i_t)$  de (10) y reordenando permite obtener la siguiente expresión:

$$\mu_{j,t,\tau} = p_{j,t,\tau} i_t + (p_{j,t,\tau} - p_{j,t+1,\tau+1}) \quad (22)$$

donde el costo de uso del capital se expresa en términos de los precios de mercado del activo.

El costo de uso tiene dos componentes:  $p_{j,t,\tau} i_t$ , que representa el costo de oportunidad de invertir en el activo  $j$  y el término  $(p_{j,t,\tau} - p_{j,t+1,\tau+1})$ , que representa el cambio del valor del activo de un período a otro, lo que según el sistema de cuentas nacionales de 1993 corresponde al consumo de capital fijo o depreciación.

<sup>4</sup> Generalmente se utilizan los valores estimados para los Estados Unidos por Hulten y Wykoff (1981a, 1981b, 1981c), que son 1,65 para Maquinaria y Equipo, y 0,91 para Construcción.

Sin embargo, es más preciso descomponer el cambio de valor del activo en el tiempo en dos componentes (Jorgenson, 1999):

$$(p_{j,t,\tau} - p_{j,t+1,\tau+1}) = (p_{j,t,\tau} - p_{j,t,\tau+1}) - (p_{j,t+1,\tau+1} - p_{j,t,\tau+1}) \quad (23)$$

donde  $(p_{j,t,\tau} - p_{j,t,\tau+1})$ , es el cambio de valor producto de la pérdida de eficiencia del activo y corresponde al concepto de depreciación utilizado en OCDE (2001a, 2001b), mientras que  $(p_{j,t+1,\tau+1} - p_{j,t,\tau+1})$  es la revalorización del activo en el tiempo; a este término también se le conoce como ganancia, o pérdida, de capital<sup>5</sup>. Definiendo la tasa de depreciación como  $d_{j,t,\tau} \equiv (p_{j,t,\tau+1}/p_{j,t,\tau} - 1)$  y la tasa de ganancia de capital como  $q_{j,t} \equiv (p_{j,t+1,\tau+1}/p_{j,t,\tau+1} - 1)$ ; el costo de capital se puede escribir como:

$$\mu_{j,t,\tau} = p_{j,t,\tau}(i_t + d_{j,t,\tau} - q_{j,t} + d_{j,t,\tau}q_{j,t}) \quad (24)$$

En la práctica, para estimar los costos de capital del  $j$ -ésimo activo, se ignora el término  $d_{j,t,\tau}q_{j,t}$ , que recoge el efecto de supuestos específicos sobre el momento en que se realizan los flujos y se utiliza la siguiente aproximación al costo de uso de bienes de capital nuevos:

$$\mu_{j,t,0} \approx p_{j,t,0}(i_t + d_{j,t,0} - q_{j,t}) \quad (25)$$

El costo de uso se estima utilizando una tasa de retorno exógena, obtenida a partir de las tasas de interés observables en el mercado. El problema es que la tasa relevante depende del perfil de financiamiento de cada empresa, por lo que se suele utilizar un promedio de las tasas activas y pasivas.

La utilización de una tasa de retorno exógena supone implícitamente (Harchaoui Tarkhani, 2002) que los agentes económicos tienen información completa, lo cual implica que no existen problemas de agencia entre los dueños de los factores de producción y quienes los administran y que existe un mercado completo y eficiente de activos de segunda mano, lo cual implica que las decisiones de inversión son reversibles, que los activos de capital son divisibles y que los distintos tipos de activos son sustitutos en el proceso productivo.

La consecuencia de adoptar una tasa de retorno exógena, es que en general el valor total de los servicios de capital no será igual al excedente bruto de explotación obtenido a partir de las cuentas nacionales. Esta discrepancia se puede explicar como una diferencia entre los costos esperados y los

<sup>5</sup> Es importante notar que la depreciación se refiere a dos activos de distinta edad en el mismo momento en el tiempo, por lo que a veces es llamado depreciación de sección cruzada. Por su parte, la revalorización del activo se refiere a dos activos de la misma edad en distintos momentos en el tiempo, por lo que a veces es llamada depreciación intertemporal.

realizados, como evidencia de que el proceso productivo no exhibe rendimientos constantes a escala o a la existencia de mercados no competitivos.

Una de las ventajas de utilizar un perfil geométrico para modelar conjuntamente la función de retiro y el perfil edad-eficiencia, es que la estimación del stock de capital productivo y la medida del capital neto, o de riqueza coinciden (Aravena et al, 2009), por lo que para calcular la depreciación se puede utilizar directamente la estimación de los servicios de capital productivo de la siguiente manera:

$$d_{j,t} = \frac{D_{j,t}}{\lambda_{j,t-1} K_{j,t-1}^P} \quad (26)$$

donde:

$$D_{j,t} \equiv I_{j,t-\tau} - (\lambda_{j,t} K_{j,t}^P - \lambda_{j,t-1} K_{j,t-1}^P) \quad (27)$$

Una vez estimados los costos de uso de capital para cada tipo de activo, se puede obtener las variaciones del índice de valor de los servicios de capital utilizando un índice de Tornqvist (1936):

$$\Delta \zeta_{t,K^P} = \Pi_j \left( \frac{\lambda_{j,t} K_{j,t}^P}{\lambda_{j,t-1} K_{j,t-1}^P} \right)^{\bar{v}_j} \quad (28)$$

en donde los ponderadores se definen como:

$$\bar{v}_j = 0.5(v_{j,t} + v_{j,t-1}) \quad (29)$$

$$v_{j,t} = \frac{\mu_{j,t} \lambda_{j,t} K_{j,t}^P}{\sum_j \mu_{j,t} \lambda_{j,t} K_{j,t}^P} \quad (30)$$

## Bibliografía

---

- Aravena, C., Jofré, J., and Villarreal, F. (2009), Estimación de Servicios de Capital y Productividad para América Latina. Serie Estudios Estadísticos y Prospectivos, CEPAL.
- Boehm, Barry W. (1988), Understanding and Controlling Software Costs, *Journal of Parametrics*, Vol. 8, Issue 1.
- Bureau of Economic Analysis (BEA) (2003). Fixed Assets and Consumer Durable Goods in the United States, 1925-1999. U.S. Government Printing Office, Washington DC.
- Denison E.F. (1967), "Why Growth Rates Differ", Brookings Institution.
- Elías, V. J. (1992). Sources of Growth: A Study of Seven Latin American Economies. Fundación del Tucumán; International Center for Economic Growth, San Francisco, CA.
- Fraumeni, B. (1997). The Measurement of Depreciation in the U.S. National Income and Product Accounts. *Survey of Current Business*, pages 7-23.
- Hofman A., M. Mas, Aravena, C. y J. Fernández, (2017). Crecimiento económico y productividad en Latinoamérica. El proyecto LA-KLEMS. *El Trimestre Económico*, Vol. LXXXIV (2), abril-junio.  
<http://www.eltrimestreeconomico.com.mx/index.php/te/article/view/302>
- Hsieh, C. T. y P. J. Klenow (2010), "Development Accounting." *American Economic Journal: Macroeconomics*, 2(1).
- Hulten, C. R. (2009) Growth Accounting, NBER Working Paper, 15341
- \_\_\_\_\_ (2001). Total Factor Productivity: A Short Biography. En Hulten, C. R., Dean, E. R., y Harper, M. J., editores, *New Developments and Productivity Analysis*, volumen 63 de *Studies in Income and Wealth*. The University of Chicago Press for the National Bureau of Economic Research, Chicago.
- \_\_\_\_\_ (1990). The Measurement of Capital. En Berndt, E. R. y Triplett, J., editores, *Fifty Year of Economic Measurement*. University of Chicago Press, Chicago.
- Hulten, C. R. y Wykoff, F. C. (1981a). Economic Depreciation and the Taxation of Structures in United States Manufacturing Industries: An Empirical Analysis. En Usher, D., editor, *The Measurement of Capital*, pp. 83-120. University of Chicago Press, Chicago.
- \_\_\_\_\_ (1981b). The Estimation of Economic Depreciation using Vintage Assets Prices: An Application of the Box-Cox Power Transformation. *Journal of Econometrics*, 15:367-396.
- \_\_\_\_\_ (1981c). The Measurement of Economic Depreciation. En Hulten, C. R., editor, *Depreciation, Inflation and the Taxation of Income from Capital*, pages 81-125. The Urban Institute Press, Washington.
- INEGI (2017). Sistema de cuentas nacionales de México. Fuentes y metodologías, año base 2013. Productividad total de factores-Modelo KLEMS. 2017.
- Jorgenson, D. y B. Fraumeni (1992), "The Output of the Education Sector," in Zvi Griliches, ed., *Output Measurement in the Service Sector*, Chicago: University of Chicago Press.
- Jorgenson, D. W. y Griliches, Z. (1967), The Explanation of Productivity Change. *Review of Economic Studies*, (34):249-283.
- Jorgenson, D. W., F. M. Gollop y B. M. Fraumeni (1987), *Productivity and U.S. Economic Growth*. Harvard University Press, Cambridge, MA.
- Jorgenson, D. W., Ho, M. S. y Stiroh, K. J. (2005), *Information Technology and the American Growth Resurgence*, MIT Press, Cambridge, MA.

- Dale Jorgenson, K. Fukao and M. Timmer (2016). *The World Economy – Growth or stagnation?*, Dale Jorgenson, K. Fukao and M. Timmer editors. Cambridge University Press.  
<https://scholar.harvard.edu/jorgenson/publications/world-economy-growth-or-stagnation>
- Mas, Matilde, and Robert Stehrer, eds. 2012. *Industrial Productivity in Europe*. Northampton, MA, Edward Elgar.
- OCDE (1991), *Flows and Stocks of Fixed Capital (1969-89)*. OECD Department of Economics and Statistics.
- \_\_\_\_\_(2001a), *Measuring Capital. Measurement of Capital Stocks, Consumption of Fixed Capital and Capital Services*. Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos, París.
- \_\_\_\_\_(2001b), *Measuring Productivity. Measurement of Aggregate and Industry-Level Productivity Growth*. Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos, París.
- \_\_\_\_\_(2008), *Measuring Capital, second edition*, Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos, París.
- Schreyer, Paul (2002), *Computer Price Indices and International Growth and Productivity Comparisons*, *Review of Income and Wealth, Series 48, Number 1, March*.
- SCN (1993). United Nations, Commission of the European Communities, International Monetary Fund, Organisation for Economic Co-operation and Development, and World Bank. 1993. *System of National Accounts 1993*. New York, United Nations
- SCN (2008). United Nations, Commission of the European Communities, International Monetary Fund, Organisation for Economic Co-operation and Development, and World Bank. 2009. *System of National Accounts 2008*. New York, United Nations. See: <http://unstats.un.org/unsd/nationalaccount/sna2008.asp>.
- Solow R.M. (1956), *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 70, N° 1, febrero.
- Solow R.M. (1957), “*Technical Change and the Aggregate Production Function*”; *Review of Economics and Statistics* 39.
- Timmer M.P., M. O’Mahony y B. van Ark (2007), “*EU KLEMS Growth and Productivity Accounts: An Overview*,” *International Productivity Monitor*, número 14, Spring, pp. 71-85.
- Timmer Marcel, Ton van Moergastel, Edwin Stuivenwold y Gerard Ypma (2007), *EU KLEMS Growth and Productivity Accounts , Part 1 Methodology*.
- Timmer, Marcel, Robert Inklaar, Mary O’Mahony, and Bart van Ark. 2010. *Economic Growth in Europe: A Comparative Industry Perspective*, Cambridge, Cambridge University Press, 2010.
- Timmer, Marcel, Robert Inklaar, Mary O’Mahony, and Bart van Ark. 2011. “*Productivity and Economic Growth in Europe: A Comparative Industry Perspective*.” *International Productivity Monitor* 21: 3-23.
- Tornqvist, L. (1936), “*The Bank of Finland’s Consumption Price Index*”, *Bank of Finland Monthly Bulletin*, N° 10, 1-8.
- Valverde, J. (2018). *Estimación de la Formación Bruta de Capital Fijo por Sector de Actividad Económica de Argentina, LAKLEMS*. [www.laklems.net](http://www.laklems.net)
- Vries de, G., Mulder, N., Borgo dal, M., and Hofman, A. (2007), *ICT Investment in Latin America: Does it Matter for Economic Growth?* Universidad de Groningen.